

Modelando demanda con dependencia estadística en empresas de alimentación usando sistemas assemble to-order

Fernando Rojas^{1*}, Víctor Leiva²

¹Escuela de Nutrición y Dietética, Facultad de Farmacia, Universidad de Valparaíso, Chile

²Facultad de Ingeniería y Ciencias, Universidad Adolfo Ibáñez, Chile

Resumen

Introducción: este trabajo considera modelos de inventarios para componentes que conforman un menú permitiendo maximizar márgenes de contribución de empresas alimenticias. **Método:** se usan modelos de series temporales, distribuciones de probabilidad multivariadas, el método de cópulas, modelos de inventarios y el sistema assemble to-order. **Objetivo:** maximizar márgenes de contribución del servicio por medio de la minimización de costos de comprar, almacenar y ordenar estas componentes. **Resultados:** se maximizaron los márgenes de contribución promedio en un 7,94 % mediante el uso de modelos de revisión continua y uni-periódicos para componentes perecederas, y de 7,85 % usando modelos de revisión multi-periódica y para componentes no perecederas, para 9 componentes utilizadas en 7 menús durante 36 semanas. **Conclusiones:** tanto los niveles de inventario como las reposiciones de las componentes son optimizadas mediante demandas por otras componentes y menús para asegurar su simultánea disponibilidad.

Keywords distribuciones multivariadas, márgenes de contribución, método de cópulas, modelo ARIMAX, modelos de inventarios, servicios de alimentación, sistema ATO

*Corresponding author: Fernando Rojas, Escuela de Nutrición y Dietética, Facultad de Farmacia, Universidad de Valparaíso, Casilla 1093, Playa Ancha, Valparaíso, Chile. Email: fernando.rojas@uv.cl

1. Introducción

Los servicios de alimentación y nutrición (SAN) preparan en forma diaria un menú de alimentos o plato de comida (en adelante llamada menú) basada en materias primas (en adelante llamadas componentes). Entonces, el producto final de los SAN es el menú y las componentes forman el surtido de inventario a ser demandado y abastecido en relación al menú elaborado y vendido. Por la industrialización de la cadena de suministro de componentes, su tiempo de entrega (lead-time) es relativamente corto. Sin embargo, sus períodos de almacenamiento varían de acuerdo a la perecibilidad de las componentes, lo que debe ser respetado desde el punto de vista sanitario y de la calidad del servicio entregado (Rojas et al., 2015).

Los menús proporcionados por los SAN están destinados a grupos de personas en regímenes cerrados, tales como colegios, hospitales, instituciones y universidades. Por lo tanto, los menús son estandarizados y definidos bajo consideraciones técnicas nutricionales (Marambio et al., 2005). Según datos del Instituto Nacional de Estadísticas de Chile (INE, 2008), la mayoría de los SAN chilenos pertenecen al grupo de pequeñas y medianas empresas (PYMEs) y sus márgenes de contribución oscilan entre el 25 % y 40 % de sus ventas, según el nivel socioeconómico de los grupos atendidos (Zaldaña and Ayala, 2011).

Los SAN han mostrado un crecimiento importante en países en desarrollo como Chile (Astete and Guevara, 2014). No obstante, existe poca literatura relacionada a actividades de suministro de los SAN. Esto nos permite pensar que uno de sus problemas de gestión es la ausencia de un manejo científico de la cadena de suministro de componentes necesarios para elaborar el menú (Zaldaña and Ayala, 2011). La escasa literatura sobre el tema está limitada principalmente a servicios de gastronomía, hotelería y turismo (Morillo, 2009).

Podemos considerar el menú de los SAN como una orden de ensamblaje de componentes requeridas para cumplir ciertas especificaciones nutricionales predeterminadas. Esto se puede abordar a través del sistema “assemble to order” (ATO) -o ensamblaje bajo pedido-(Agrawal and Cohen, 2001).

El objetivo principal del presente trabajo es proponer modelos de inventarios para componentes que conforman un menú permitiendo optimizar márgenes de contribución de SAN. Para lograr este objetivo es necesario pronosticar la demanda de componentes, ya que la media y variabilidad de ésta variable aleatoria son usadas en la determinación de los parámetros de los modelos de inventarios que maximizan beneficios. Como la demanda de componentes es temporal y en algunos casos con dependencia estadística dentro de las componentes, y entre las componentes y los menús, se usan modelos de series temporales y distribuciones de probabilidad multivariadas en un ambiente ATO. El trabajo se encuentra dirigido a profesionales del área de operaciones y abastecimiento de los SAN, así como a la comunidad académica que realiza investigación de operaciones.

Sección 2 hace una revisión de la literatura sobre el tópico mostrando su estado del arte. Sección 3 propone la metodología a ser usada. Sección 4 muestra algunos hallazgos obtenidos. Sección 5 discute estos hallazgos, mientras que Sección 6 comenta conclusiones, implicaciones y limitaciones derivadas del estudio, así como temas de futuras investigaciones.

2. Nociones preliminares

2.1. Sistemas ATO

Un sistema ATO es un modelo de negocios aplicable a la gestión de cadenas de suministro (Song and Yao, 2012).

En un sistema ATO un producto final se monta en una orden que considera varios componentes, de modo que una ruptura de suministro en una componente puede retrasar la entrega del producto final. Esto está directamente relacionado al grado de satisfacción del cliente (Agrawal and Cohen, 2001; Lu and Song, 2005). La figura (1) ilustra un sistema ATO con demandas de 2 componentes (1 y 2) que conforman 3 productos finales.

Los sistemas ATO deben considerar la cantidad demandada de una componente i durante el tiempo de latencia(DLT). El tiempo de latencia (l_i), es el período entre la ejecución de una orden de abastecimiento y su entrega por parte del proveedor($QD_{l,i}$). En este contexto, $QD_{l,i}$ es una suma de cantidades demandas por unidad de tiempo (DPUT) de la componente i ($QD_{t,i}$). Asumiendo que l_i es independiente de la secuencia $\{QD_{t,i}, t \geq 0\}$ de $QD_{t,i}$ durante l_i y que las órdenes no se cruzan (Hayya et al., 2008), entonces $QD_{l,i}$ estará dado por (1):

$$QD_{l,i} = \sum_{t=1}^{l_i} QD_{t,i}, \quad (1) \text{eq:XL}$$

con función de densidad de probabilidad (PDF) $f_{QD_{l,i}}(\cdot)$ definida en $[0, \infty)$ (no-negativa), y función de densidad acumulada (CDF)(2)

$$F_{QD_{l,i}}(QD_{t,i}) = \int_0^{QD_{t,i}} f_{QD_{l,i}}(QD_{t,i}) dQD_{t,i} \quad (2) \text{eq:CDFXL}$$

y la función cuantil (QF) $QD_{l,i}(q) = F_{QD_{l,i}}^{-1}(q)$, para $0 < q < 1$, la cual debe obtenerse por métodos numéricos. La esperanza y varianza de $QD_{l,i}$ son respectivamente, expresadas como (3)

$$E(QD_{l,i}) = E(l_i)E(QD_{t,i}) = E(l_i)\mu_{t,i} \quad (3) \text{eq:EXL}$$

y

$$\sigma_{QD_{l,i}}^2 = V(QD_{l,i}) = V(l_i)E^2(QD_{t,i}) + E(l_i)V(QD_{t,i}) = V(l_i)E(QD_{t,i})^2 + E(l_i)\sigma_{t,i}^2, \quad (4) \text{eq:VXL}$$

donde $\mu_{t,i} = E(QD_{t,i})$ y $\sigma_{t,i}^2 = V(QD_{t,i})$ son la media y la varianza de $QD_{t,i}$, respectivamente. Note que, en general, l_i y $QD_{t,i}$ pueden modelarse por distribuciones discretas y continuas.

Song and Zipkin (2003) estudiaron modelos basados en sistemas ATO considerando lo siguiente:

a) La correlación entre las demandas por unidad de tiempo de una componente i ($QD_{t,i}$) y de un menú m ($QV_{t,m}$), ambas en un tiempo t , está dada por

$$\rho_{i,m} = \text{Corr}(QV_{t,m}, QD_{t,i}) = E(QV_{t,m} \times QD_{t,i}) - [(\mu_{t,m} \times \mu_{t,i})/(\sigma_{t,m} \times \sigma_{t,i})], \quad (5) \text{eq:1ped}$$

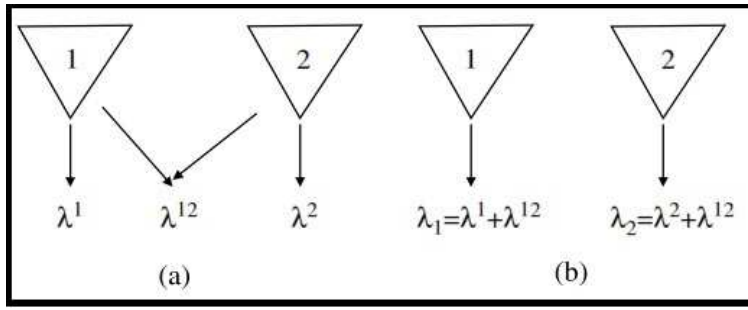


Figura 1: Sistema ATO de 2 componentes y 3 productos. a) muestra que la componente 1 puede ser demandada por el producto 1 en forma independiente (cuya tasa de demanda se representa por λ^1), la componente 2 puede ser demandada en forma independiente por el producto 2 (cuya tasa de demanda se representa por λ^2), y que las componentes 1 y 2 pueden ser demandadas en forma conjunta para formar el producto 12 (cuya tasa de demanda se representa por λ^{12}). b) muestra una simplificación de la tasa de demanda agregada de las componentes 1 (λ_1) y 2 (λ_2). (Fuente: Adaptada de Lu and Song (2005))

(fig:1)

donde $\mu_{t,m} = E(QV_{t,m})$ es el valor esperado de la demanda por el menú m en un tiempo t y $\sigma_{t,m}$ es la desviación estándar correspondiente. Una notación análoga es válida para el componente i mediante $\mu_{t,i} = E(QD_{t,i})$ (valor esperado de la DPUT) y $\sigma_{t,i}$ (desviación estándar de la DPUT).

b) Existe una probabilidad q^i de que el menú contenga la componente i , donde el menú se consume a una tasa de demanda λ^i de acuerdo a un proceso Poisson. Análogamente, existe una probabilidad $q^{i,j}$ de que la orden de producción del menú contenga las componentes i y j , donde el menú se consume a una tasa de demanda $\lambda^{i,j}$ también de acuerdo a un proceso Poisson. La demanda total del conjunto de menús (λ), se relaciona mediante $\lambda^i = q^i \lambda$, $\lambda^j = q^j \lambda$, $\lambda^{i,j} = q^{i,j} \lambda$, lo que conduce a $\lambda = \lambda^i + \lambda^j + \lambda^{i,j} = \lambda(q^i + q^j + q^{i,j})$, donde $q^i + q^j + q^{i,j} = 1$, para todo i, j .

c) La correlación entre las demandas por menús que usan la componente i con otros menús que usan la componente j ($\rho_{i,j}$), puede expresarse tanto en función de la probabilidad de demanda conjunta de i y j ($q^{i,j}$), como en función de la demanda agregada de los menús que contienen las componentes i y j en un tiempo t (representado por $\lambda_{i,j}$, donde el subíndice indica flujo relacionado a las componentes), proporcional a la demanda total de menús λ . Note que análogamente, la demanda por la componente i también puede correlacionarse con la demanda por menú m mediante la expresión equivalente a $\rho_{i,m}$ dada en (5), donde $q^{i,m}$ es la probabilidad de demanda conjunta de la componente i y el menú m en un tiempo t , y $\lambda_{i,m}$ es la demanda agregada de menús m en las que participa la componente i en un tiempo t , en proporción a λ . Estas correlaciones están dadas por (6) y (7).

$$\rho_{i,j} = \text{Corr}(\lambda^i, \lambda^j) = 2q^{i,j} / (1 + q^{i,j}) = 2 - \lambda / \lambda_{i,j}. \quad (6) \quad \text{eq: 3ped}$$

$$\rho_{i,m} = \text{Corr}(QV_{t,m}, QD_{t,i}) = 2q^{i,m} / (1 + q^{i,m}) = 2 - \lambda / \lambda_{i,m}. \quad (7) \quad \text{eq: 4ped}$$

d) Para generar nuevos pedidos, todas las demandas por productos previas deben estar satisfechas.

2.2. Modelos de inventarios en SAN

Los modelos de inventarios usan herramientas matemáticas y estadísticas para resolver el problema de adquisición de componentes, minimizando los costos asociados con almacenamiento, generación de órdenes de compra y desabastecimiento, entre otros (Blankley et al., 2008). Según los períodos de revisión del stock disponible, los modelos pueden ser de revisión continua (RC), de revisión periódica (RP) y de perecibilidad en un sólo período (P). En los primeros, se trata de fijar una cantidad a comprar que optimice los mencionados costos en conjunto. En el segundo caso, el tiempo de ciclo es fijado para ordenar cantidades variables que se requerirán según la demanda acumulada durante el período de revisión y aprovisionamiento (Lee and Lee, 2013). Finalmente, en los modelos perecederos de un sólo período se trata de maximizar la utilidad a obtener, encontrando una cantidad óptima a abastecer (Hillier and Lieberman, 2005).

A través del uso de modelos de inventarios es posible obtener márgenes de contribución maximizados, por medio de la minimización de los costos que éstos consideran (Rojas et al., 2015). La función de costos totales a optimizar en un año ($t = 365$ días), para un set de componentes i que van del $i = 1, \dots, n_i$ requeridas para la entrega de menús que van del $m = 1, \dots, n_m$, se expresa como una suma de

- (a) el costo de almacenamiento medio anual por unidad de producto, denotado por $CA_{t,m,i}$, el que cooresponde al producto del costo unitario de almacenamiento anual (CA_i) por el saldo medio almacenado,
- (b) el costo de pedido, denotado por $CO_{t,m,i}$, multiplicado por el número de pedidos por año,y
- (c) el costo de penalización por unidad de producto, denotado por $Cp_{t,m,i}$, cada vez que hay agotamiento de las existencias, es decir, el costo de penalidad (Cp_i) multiplicado por el número de pedidos por año y por la escasez esperada por ciclo.

La expresión (8) muestra la minimización de costos que se pretende alcanzar mediante el uso de modelos de inventarios:

$$\text{Min} \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CT_{t,m,i} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CA_{t,m,i} + CO_{t,m,i} + Cp_{t,m,i}. \quad (8) \text{eq: 40}$$

A continuación se muestran las consideraciones de los modelos de inventarios RC, RP y P.

■ Modelo de Revisión Contínua

En este tipo de modelos la expresión de costos totales anuales ($t = 365$ días) para la componente i , ocupada en los menús m viene dada por (9):

$$CT_{t,m,i} = \left(\frac{QA_{t,i} \times Z_{t,m,i}}{2} + r_i - E(QD_{l,i}) \right) CA_i + \frac{E(QD_{t,i})}{QA_{t,i}} CO_i + S(r_i) \frac{E(QD_{t,i})}{QA_{t,i}} Cp_i, \quad (9) \text{eq: 41}$$

donde $E(QD_{t,i})$ y $E(QD_{l,i})$ son anuales y están definidas en (3); ver Hadley and Whitin (1963), Johnson and Montgomery (1974) y Silver et al. (1998). $Z_{t,m,i}$ es una variable dummy que toma el valor de 1, para indicar que existe abastecimiento en el tiempo t , para los menús m de la componente i , durante el año evaluado, y 0 en otro caso. Además se considera un stock de seguridad $SS = r_i - E(QD_{l,i}) = k_p \sigma_{QD_{l,i}}$, el que corresponde al producto de la desviación estandar (SD) de la demanda durante el tiempo de latencia (DLT) $\sigma_{QD_{l,i}}$ dada en (4), donde k_p es el factor de seguridad (SF) asociado con un nivel de servicio de $p \times 100$ (o cantidad de SDs de la DLT), para $0 < p < 1$. Note que k_p corresponde al $p \times 100$ -ésimo percentil estandarizado, obtenido fijando a la 95-ésima posición para asegurar un nivel de servicio del 95 %. Además, $QA_{t,i}$ corresponde a la cantidad abastecida durante el ciclo y finalmente en (9), $S(r_i)$ es el desabastecimiento esperado por ciclo, dado por (10)

$$S(r_i) = \int_{r_i}^m (QD_{t,i} - r_i) f_{QD_{l,i}}(QD_{t,i}) dQD_{t,i}, \quad (10) \text{ eq: 42}$$

donde m es la máxima LTD, r_i el punto de reordenamiento (ROP) y, como se mencionó, $f_{QD_{l,i}}(\cdot)$ es la PDF de la DLT.

Para modelos probabilísticos multi-productos de RC sin restricciones a la minimización de costos en SAN, se considera la existencia de una cantidad económica de pedido fija y óptima para la componente i ($QA_{t,i}^*$), la cual se calcula derivando (9) respecto de $QA_{t,i}$ e igualando a cero ($dCT_{t,m,i}/dQA_{t,i} = 0$), obteniendo (11)

$$QA_{t,i}^* = \sqrt{(2(CO_i + S(r_i))E(QD_{t,i})/CA_i)}, \quad (11) \text{ eq: 43ped}$$

donde $QA_{t,i}^*$ corresponde a la cantidad económica de pedido para i , CO_i corresponde al costo de ordenar la componente i , CA_i corresponde al costo de almacenar la componente i . Tanto CO_i como CA_i pueden ser determinados como constantes para todo el surtido de componentes i (Rojas et al., 2015). Por su parte, el punto de reorden (r_i) puede determinarse desde

$$r_i = E(QD_{t,i}) \times l_i + k_p \times \sqrt{l_i} \times \sigma_{t,i}. \quad (12) \text{ eq: 44ped}$$

■ Modelo de Revisión Periódica

En este tipo de modelos, según Lau and Lau (2003) la expresión de costos totales anuales ($t = 365$ días) para la componente i , ocupada en los menús m , viene dada por (13):

$$CT_{t,m,i} = \left(\frac{E(QD_{t,i})tA_i}{2} + k_p \sigma_{t,i} \sqrt{tA_i + l_i} \right) CA_i + \frac{CO_i}{tA_i} + \frac{S(max_i)Cp_i}{tA_i}, \quad (13) \text{ eq: 45}$$

tA_i corresponde al tiempo de reabastecimiento durante el ciclo y en (14), $S(rp_i)$ es el desabastecimiento esperado por ciclo periódico, dado por

$$S(max_i) = \int_{max_i}^m (QD_{t,i} - max_i) f_{QD_{l,i}}(QD_{t,i}) dQD_{t,i}, \quad (14) \text{ eq: 46}$$

donde max_i es el máximo abastecimiento de i a alcanzar para cubrir la demanda pronosticada ($E(QD_{t,i})$) durante los períodos l_i (lead-time del proveedor) y el tiempo de aprovisionamiento (tA_i) es expresado en (15), y el stock de seguridad para revisión periódica ($ssrp_i$) puede determinarse desde (16).

$$max_i = (tA_i^* + l_i)E(QD_{t,i}) + ssrp_i, \quad (15) \text{ eq:49ped}$$

$$ssrp_i = k_p \times \sqrt{(tA_i + l_i)} \times \sigma_{t,i}. \quad (16) \text{ eq:47ped}$$

En modelos probabilísticos multi-productos de RP sin restricciones para la minimización de costos en SAN, se considera un tiempo de aprovisionamiento óptimo (tA_i^*) (expresado en (17)) que optimiza conjuntamente los costos de almacenamiento, ordenar y desabastecimiento.

$$tA_i^* = \sqrt{(2CO_i + S(rp_i)Cp_i)/(CA_i \times E(QD_{t,i}))}, \quad (17) \text{ eq:48ped}$$

■ Modelo de inventarios perecederos en un sólo período

Existen modelos de abastecimiento y/o producción especialmente formulados para componentes perecederos en un solo período. Tayur (1999) establece que en ambiente ATO es posible dar un enfoque de RP en un sólo período para el abastecimiento óptimo de las cantidades de componentes en comunalidad que se requieren para conformar un set de productos finales (menús). En este enfoque se minimizan los costos de almacenar y el desabastecimiento, encontrando el mínimo en la función de cantidades óptimas de componentes ($\hat{q}(q_1, \psi_1)$), donde la matriz q_1 contiene la tasa de llegada de un set de componentes perecederos $i = 1, \dots, n_i$, la matriz ψ_1 corresponde a la demanda de productos terminados (menús) $m = 1, \dots, n_m$ que requieren estas componentes, la matriz s_1 contiene el nivel de producción requerido para los productos terminados, CA_1 es un vector de costos de almacenamiento de las componentes i , Cp_1 es una matriz de costos penalización por desabastecimiento de productos finales m , y U es una matriz de proporcionalidad de elementos im . Ver expresión (18)

$$\min \hat{q}(q_1, \psi_1) = \min_{s_1} CA_1 \times (q_1 - U \times s_1) + Cp_1 \times (\psi_1 - s_1) \quad (18) \text{ eq:50ped}$$

s.a $U \times s_1 \leq q_1$ y $0 \leq s_1 \leq \psi_1$

En nuestro caso debemos encontrar la cantidad óptima a preparar de un menú m en un tiempo t (1 día) denominada Y^m , con media ($\mu_{t,m}$) y desviación estándar ($\sigma_{t,m}$), dadas según su distribución de probabilidades, lo cual se obtiene de la expresión (19)

$$Y^m = \mu_{t,m} + z_m \times \sigma_{t,m}, \quad (19) \text{ eq:18ped}$$

donde $z_m = \phi^{-1}(b_m/(h_m + b_m))$, con z_m correspondiendo a un percentil de la distribución empírica de la variable $QV_{t,m}$ para el argumento ($b_m/(h_m + b_m)$), el que supone una razón crítica entre la ganancia de preparar un menú más (b_m) y la valorización de la pérdida por no contar con un menú dado que su demanda es variable ($h_m + b_m$). El argumento de esta función inversa de probabilidad es determinable empíricamente. La probabilidad de in-stock de un menú es $P(Y^m < QV_{t,m}) =$

$b_m/(h_m + b_m)$. En el caso de estimar $p(\text{in-stock})$ para una suma de menús (desde $m = 1, \dots, n_m$), esta se calcula ocupando un ponderador de la demanda por el menú m (p_m) en relación al total de demandas por los menús a sumar, dado por (20)

$$p_m = QV_{t,m} / \sum_{m=1}^{n_m} QV_{t,m}. \quad (20) \text{ eq:19ped}$$

La expresión (21) muestra el cálculo de la probabilidad in-stock en una suma de menús

$$P \left(\sum_{m=1}^{n_m} Y^m < \sum_{m=1}^{n_m} QV_{t,m} \right) = \sum_{m=1}^{n_m} \frac{p_m \times b_m}{h_m + b_m}. \quad (21) \text{ eq:20ped}$$

Para detalles de este modelo favor revisar Gerchak (2004).

Como se ha señalado, la probabilidad de demanda conjunta de las componentes i y j se expresa en (22) para menús que van de $1, \dots, m_n$, mientras que la probabilidad de demanda conjunta de las componentes i y un menú m se expresa en (23)

$$q^{i,j} = \sum_{i,j=1}^{m_n} \lambda^{i,j} / \lambda. \quad (22) \text{ eq:21ped}$$

$$q^{i,m} = \sum_{i,m=1}^m \lambda^{i,m} / \lambda. \quad (23) \text{ eq:22ped}$$

Reemplazando (22) en (6) y (23) en (7), obtenemos las correlaciones $\rho_{i,j}$ y $\rho_{i,m}$. A su vez, al conocer éstas, podemos despejar $\lambda_{i,j}$ (demanda agregada de menús en que las componentes i y j participan en un tiempo t) y $\lambda_{i,m}$ (demanda agregada de menús m en que participa la componentes i en un tiempo t).

Para estimar la matriz U de (18), es posible dividir el pronóstico esperado para la demanda por la componente i en un tiempo t ($E(QD_{t,i})$), sobre $\lambda_{i,j}$ o $\lambda_{i,m}$ expresados en (6) y (7) respectivamente. De esta manera, se obtiene una proporción esperada para el uso de este componente en particular. A esta proporción la denominaremos $p(i, j/m)$ y $p(i, m/j)$, las cuales se expresan como (24) y (25)

$$p(i, j/m) = E(QD_{t,i}) / \lambda_{i,j} = (E(QD_{t,i}) / \lambda) \times (2 - \rho_{i,j}). \quad (24) \text{ eq:23ped}$$

$$p(i, m/m) = E(QD_{t,i}) / \lambda_{i,m} = (E(QD_{t,i}) / \lambda) \times (2 - \rho_{i,m}). \quad (25) \text{ eq:51ped}$$

La cantidad óptima a abastecer en cada período (Y^i), se obtiene multiplicando la cantidad óptima de menús a preparar (Y^m) expresada en (19) por (24) o (25), según sea el caso de demandas de i correlacionadas con otro componente j o menú m , respectivamente. Lo anterior se expresa como (26) y (27), respectivamente.

$$Y^i = Y^m \times p(i, j/m). \quad (26) \text{ eq:27ped}$$

$$Y^i = Y^m \times p(i, m/m). \quad (27) \text{ eq:53ped}$$

En nuestro caso debemos considerar un período de latencia para el abastecimiento de la componente i (l_i), más un solo período fijo para el aprovisionamiento, por lo que la demanda durante este período (DLY^i), se obtiene fácilmente desde (28)

$$DLY^i = Y^i \times (l_i + 1). \quad (28) \text{ eq: 30ped}$$

Según Khouja (1999), los costos totales anuales para componentes i ocupados por menús m en este tipo de modelos llamados "newsvendor" se expresan por (29)

$$CT_{t,m,i} = \left(\frac{DLY^i \times Z_{t,m,i}}{2} + k_p \sigma_{t,i} \sqrt{1 + l_i} \right) CA_i + CO_i \times Y_{t,m,i} + S(DLY^i) Cp_i, \quad (29) \text{ eq: 85}$$

donde $Y_{t,m,i}$ es una variable dummy que toma el valor de 1, para indicar que existe orden de abastecimiento en el tiempo t , para los menús m de la componente i , durante el año evaluado, y 0 en otro caso, mientras que la función de desabastecimiento corresponde a (30):

$$S(DLY^i) = \int_{DLY^i}^m (QD_{t,i} - DLY^i) f_{DLY^i}(QD_{t,i}) dQD_{t,i}, \quad (30) \text{ eq: 86}$$

■ Demanda aleatoria en modelos de inventario

Según Silver et al. (1998) las cantidades óptimas a abastecer ($QA_{t,i}^*$ e Y^i) y el tiempo óptimo de este reabastecimiento (tA_i^*) según el modelo de inventario seleccionado para la componente i , determinan los costos, $CA_{t,m,i}$ y $CO_{t,m,i}$ y $Cp_{t,m,i}$. Como se ha señalado $QA_{t,i}^*$, Y^i y tA_i^* pueden calcularse en función de los pronósticos de valor esperado y variabilidad de la demanda de la componente i durante los períodos t ($E(QD_{t,i})$ y $\sigma_{t,i}$ respectivamente), así como el pronóstico de valor esperado y variabilidad de las demandas durante los períodos de latencia (l_i) para cada componente ($E(l_i)$ y $\sigma_{l,i}$ respectivamente).

En el ambiente ATO los pronósticos de valor esperado y variabilidad de la demanda de componentes están sujetos a consideraciones de series temporales (Prabakaran et al., 2013), de dependencia estadística multivariada (Akçay and Biller, 2014) y del tipo de variable a modelar (de conteo e infladas en ceros) (Zeileis et al., 2008). Debido a las características ya señaladas respecto a la demanda de las componentes como variable aleatoria, se abordará la siguiente subsección de pronósticos de demanda, considerando pronósticos temporales de demanda, pronósticos de series temporales con dependencia estadística multivariada y modelamiento de variables de conteo infladas en cero.

2.2.1. Pronósticos de demanda

Los modelos de pronósticos para la variable demanda por unidad de tiempo de las componentes, permiten anticipar el comportamiento futuro considerando la variabilidad existente en ésta. Estos modelos son útiles para planificar la producción y el abastecimiento. Existen modelos causales que usan como herramienta básica modelos de regresión lineal simple o múltiple, mientras que

las series de tiempo utilizan valores ordenados en el tiempo o rezagos regulares de la misma variable que se desea pronosticar. Por su parte, existen algunos modelos de pronóstico que contienen, además de las componentes autoregresivas, covariables (Avellaneda et al., 2012).

Por otra parte, según (Eppen et al., 2000) en sistemas multi-producto de abastecimiento centralizado, la correlación entre demandas por componentes incide sobre los costos totales del sistema. En el contexto de demandas correlacionadas, Corbett and Rajaram (2006) establecen la necesidad de modelar la estructura de dependencia de las variables a ser consideradas en un modelo de optimización, como el que se pretende establecer en el presente trabajo. Finalmente, Zeileis et al. (2008) y Yang (2012) muestran la importancia de caracterizar correctamente esta variable por medio de distribuciones probabilísticas infladas en datos de cuenta con valores cero, para no sobreestimar la variabilidad de la misma.

Concluyendo, el pronóstico de la demanda en un sistema ATO debe considerar la temporalidad y estructura de dependencia entre las variables de conteo infladas en cero que lo conforman.

- Pronósticos temporales de la demanda de componentes

Los modelos de Box-Jenkins son metodologías autoregresivas de amplio uso en series de tiempo. Estos modelos pueden operar con cualquier serie: de tipo estacionaria o no estacionaria (Prabakaran et al., 2013). Los modelos autoregresivos integrados con promedio móvil y covariables, denominados ARIMAX (p, d, q, n), parecen ser adecuados para el pronóstico de demanda por componentes en SAN, donde p es la cantidad de componentes autorregresivas, d corresponde al número de diferenciaciones de la serie requeridas para alcanzar la estacionariedad, q son los componentes de medias móviles y m y j las covariables de menús y componentes respectivamente. El modelo de pronóstico de demanda por componentes está dado por (31)

$$d_{t,i} = \delta + AR_{t,i} + MA_{t,i} + X_{t,i} \quad (31) \quad \boxed{\text{eq: 5ped}}$$

donde δ es una constante (drift), y las partes del modelo ARIMAX están dadas por la autoregresión $AR_{t,i} = \phi_1 d_{t-1,i} + \dots + \phi_p d_{t-p,i}$, la integración se encuentra dada por medio de la serie estacionaria de orden d ($d_{t,i} = \Delta^d(QD_{t,i} - QD_{t-d,i})$), más el componente de medias móviles del error $MA_{t,i} = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$, y el componente de covariables $X_{t,i} = \beta_{m_1} QV_{t,m_1} + \dots + \beta_{m_m} QV_{t,m_m} + \beta_{j_1} QD_{t,j_1} + \dots + \beta_{j_j} QD_{t,j_j}$. El modelo ARIMAX considera que ε_t es un error aleatorio con distribución normal de media cero, varianza constante y covarianza cero. Los parámetros θ_q representan las componentes de media móvil del error ε_{t-q} . El número de rezagos (p) determina el orden autoregresivo del modelo, con parámetros ϕ_p acompañando a la variable $d_{t-p,i}$. Finalmente, los m elementos del conjunto de demandas por menús (m_1, \dots, m_m) y las j componentes distintas de i pertenecientes al conjunto de demandas por componentes (j_1, \dots, j_j), han sido incorporados como covariables en el modelo de pronóstico de demanda por cada componente i , cuyos parámetros de regresión se denotan por β_{m_m} y β_{j_j} .

En el caso de series estacionarias diferenciadas de orden d , los pronósticos de demanda en cada período de demanda t pueden calcularse aplicando esperanza a la expresión (31) ($E(QD_{t,i})$) cubriendo desde $t = 0, 1, \dots, tA_i$, donde tA_i es el período de aprovisionamiento de la componente i . La señalada esperanza puede calcularse desde (32)

$$E(QD_{t,i}) = E(d_{t,i}) + E^d(QD_{t-1,i}), t = 0, 1, \dots, tA_i. \quad (32) \quad \boxed{\text{eq: 6ped}}$$

- Pronósticos de series temporales de demanda con dependencia estadística multivariada

Akçay and Biller (2014), han considerado un modelo ATO con cantidades demandadas de productos y tiempos entre demandas que no son independientes entre sí, modelando en forma conjunta las distribuciones probabilísticas de las demandas correlacionadas en una serie de tiempo, a partir de las distribuciones marginales de cada componente, usando cópulas bi-variadas para relacionarlas, mejorando los intervalos de confianza de las estimaciones de parámetros requeridas.

(Escarela and A., 2009) establecen que, en la detección de parejas de variables modelables por medio de distribuciones conjuntas, es necesario considerar coeficientes de concordancia de Kendall (τ) ó de correlación de Spearman (ρ) mayores que 0,65 o menores que -0,65, donde cada variable integrante de la pareja tiene una distribución marginal uni-variada conocida. De esta manera, transformando las distribuciones marginales uni-variadas en una nueva distribución bi-variada conjunta con una función de densidad establecida, se puede lograr que la función de densidad condicional de dos variables temporales aleatorias relacionadas (ej. $Y_{2,t} = QD_{i,t}$, e $Y_{1,t} = QV_{m,t}$, o $Y_{1,t} = QD_{j,t}$, según cuál sea la pareja de variables con mayor concordancia), con distribución acumulada $F(\cdot)$ donde la probabilidad de $Y_{2,t}$ dado un valor de $Y_{1,t}$, expresado como $f_{2,t/1t}(y_{2t}/y_{1t})$, puede mostrarse convenientemente como (33):

$$f_{2t/1t}(y_{2t}/y_{1t}) = f_{2t}(y_{2t})C(F_{1t}(y_{1t}), F_{2t}(y_{2t})) \quad (33) \text{ eq: 7ped}$$

donde $f_{2,t}(y_{2,t})$ corresponde a la función de densidad uni-variada de la variable $Y_{2,t}$, C es la cópula de densidad bivariada, y $F_{1,t}(y_{1,t}), F_{2,t}(y_{2,t})$, son las funciones de probabilidad marginales de $Y_{1,t}$ e $Y_{2,t}$ respectivamente. De esta manera, evaluando la probabilidad de una tasa de demanda dado el valor esperado de la otra variable que conforma la pareja, podemos conocer su valor esperado condicionado (cuantil condicional), aplicando la función inversa de probabilidad ($F^{-1}(\cdot)$) a (33) según (34), ver Chen and Fan (2006).

$$E(y_{2t}/y_{1t}) = F^{-1}(f_{2t/1t}(y_{2t}/y_{1t})), t = 0, 1, \dots, tA_i. \quad (34) \text{ eq: 8ped}$$

Concluyendo, la expresión mostrada en (32) nos sirve para encontrar una tasa de demanda esperada de una componente en el tiempo; mientras que la expresión en (34) nos sirve para establecer una tasa de demanda esperada en el tiempo de una componente i asociada a otra componente j o menú m .

- Consideraciones para el modelado de variables de conteo e infladas en ceros

Es común que para variables de conteo usadas en diversos modelos econométricos, el que exista una alta dispersión y exceso de ceros en los datos, afectando las estimaciones de los parámetros de regresiones y truncando las distribuciones de probabilidad. De esta manera Zeileis et al. (2008) y Yang (2012) han desarrollado propuestas para corregir las estimaciones de parámetros vía máxima verosimilitud, a partir de modelos que combinan cuentas de componentes y puntos de masa cero -obtenidos por medio de regresiones basadas en una distribución binomial negativa-, llamados "modelos hurdle", así como recuentos de componentes truncadas a la izquierda y censuradas a la derecha, llamados modelos "zero inflated", para modelos lineales generales y de series de tiempo, respectivamente.

3. Metodología

3.1. Modelado del abastecimiento de componentes

En primera instancia se estudió la estructura temporal de dependencia de las variables de cantidades demandadas de componentes ($QD_{t,i}$) y menús vendidos ($QV_{t,m}$), mediante la revisión de la matriz de concordancia τ de Kendall, buscando las asociaciones estadísticamente significativas $1 > \tau > 0,65$ y $-1 < \tau < -0,65$, para calificarlas como de demanda con dependencia significativa. De esta manera, se definieron componentes cuya tasa de demanda puede ser modelada en forma independiente, y aquellos que requieren tratamiento de cópulas de distribuciones probabilísticas conjuntas para demandas dependientes.

3.2. Modelado de la demanda de componentes

Para componentes sin concordancias significativas (valores $p > 0.05$ de $0 < \tau < 0,65$ y $0 > \tau > -0,65$) se utilizó el modelo ARIMAX de (31). El tratamiento general de los datos a modelar consistió en: a) verificar la estacionariedad de la serie, diferenciándola hasta alcanzar esta condición; b) identificar un modelo autoregresivo y de medias móviles para los residuos de la serie estimada, lo cual puede llevarse a cabo por examen de un correlograma parcial y total, c) estimar los parámetros que caracterizan el proceso propuesto como generador de los datos, y d) verificar que se cumplan las hipótesis de estimación de los parámetros por minimización de cuadrados de los errores o máxima verosimilitud (Akouemo and Povinelli, 2014).

Para el caso de demandas de componentes dependientes de menús u otros componentes (valores $p < 0.05$ de la matriz de concordancia τ de Kendall $0 < \tau > 0,65$ y $0 > \tau < -0,65$), los parámetros de las distribuciones marginales de las cantidades de componentes demandadas se obtuvieron de las familias de distribuciones de conteo binomiales negativas "zero inflated", con parámetros estimados mediante el método de verosimilitud máxima. Para este propósito se usaron los comandos `fitDist()` de los paquetes `gamlss` y `gamlss.dist`. Se seleccionaron distribuciones marginales vía bondad de ajuste del criterio de Akaike. Los ajustes y selecciones de las cópulas bi-variadas requeridas realizaron usando el paquete `copula` (comandos: `C.n()`, `cCopula()`, `dCopula()`, `pCopula()`, `evCopula()`, `exchTest()`, `gofevCopula()`, `gofOtherTstat()`, `setTheta()`, mientras que para las estimaciones de densidades de probabilidad condicionada se utilizó el comando `rMcdv()` para generar una simulación de la cópula empírica, encontrando el percentil de la media mediante el comando `qMcdv()`, del paquete `copula` del software R-project versión 3.2.0

3.3. Cantidades óptimas a abastecer según modelo de inventario seleccionado

Según las características de la componente i analizada (fruta, verdura, carne, abarrotes), se asignó un modelo de inventario (P para frutas, verduras y carnes, RC y RP para abarrotes) y lograr la optimización de márgenes de contribución planteada en (44) para ambientes ATO.

En el modelo de inventarios P, la aleatoriedad de la demanda ha sido cubierta por la cantidad óptima de menús a preparar (Y^m), la cual hace cubrir la demanda en el nivel in-stock requerido de

según la razón crítica de lo(s) menú(s) donde participan los componentes i , mientras que el término de stock de seguridad adicional se trata en un sólo período (Ver (26), (27) y (29)). En este modelo la cantidad a abastecer, corresponde a la diferencia entre DLY^i menos el saldo almacenado de i ocupado en la preparación de m en el tiempo t ($R_{t,m,i}$). La cantidad a abastecer ($QA_{t,i}$), en este modelo es equivalente a (35)

$$QA_{t,i} = (DLY^i - R_{t,m,i}) \times Z_{t,m,i}, \quad (35) \text{ eq: 31ped}$$

donde $Z_{t,m,i}$ ya fué definida en (30).

En el caso de modelos para componentes no perecibles de RC, la cantidad óptima a abastecer ($QA_{t,i}^*$) y el punto de reorden (r_i) fueron calculados según las expresiones (11) y (12) respectivamente. En el caso del modelo de RP, el nivel máximo de inventario a abastecer para la componente i a alcanzar (max_i) será determinado según lo expresado en (15), mientras que las cantidades a abastecer ($QA_{t,i}$) luego del período de aprovisionamiento óptimo (tA_i^*), establecido en (17), se determinarán según (36)

$$QA_{t,i} = (max_i - R_{t,m,i}) \times Z_{t,m,i}, \quad (36) \text{ eq: 32ped}$$

donde $R_{t,m,i}$ fue definida en (35).

En todos los modelos de inventario seleccionados, se deben considerar las siguientes restricciones a la optimización que se planteará en la siguiente subsección, donde las estimaciones de demanda con y sin dependencia: $E(y_{2t}/y_{1t})$ y $E(QD_{t,i})$ *debencumplir* $con \in \mathbb{Z} \geq 0$

3.4. Optimización de márgenes de contribución

Los ingresos generados por la venta de $m \in M = 1, \dots, n_m$, en períodos t , se obtendrán desde la expresión (37)

$$I_{t,m} = P_{t,m} \times QV_{t,m}, \quad (37) \text{ eq: 33ped}$$

donde $I_{t,m}$ es el ingreso en el día t por la venta de m , $P_{t,m}$ es el precio de m el día t , y $QV_{t,m}$ es la cantidad de m vendidas el día t .

Los costos anuales de compra de $i \in I = 1, \dots, n_i$, requeridos por $m \in M = 1, \dots, n_m$, preparadas el día t , se obtendrán aplicando la expresión (38)

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} C_{t,m,i} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CN_{t,m,i} \times QA_{t,i} \times Z_{t,m,i}, \quad (38) \text{ eq: 34ped}$$

para todo i que participe en m , donde $C_{t,m,i}$ corresponde al costo de compra de i , el día t de preparación de m . $CN_{t,m,i}$ es el costo neto de i el día t de preparación de m , y $QA_{t,i}$ corresponde a la cantidad abastecida (en datos reales), ó a abastecer en forma óptima según el modelo de inventario seleccionado para i el día t de preparación de m .

La diferencia entre $\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} I_{t,m} - \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} C_{t,m,i}$, corresponde a los márgenes de contribución variables anuales del set de componentes y menús ($\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} MCV_{t,m,i}$) dado en (39).

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} MCV_{t,m,i} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} I_{t,m} - \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} C_{t,m,i}. \quad (39) \text{ eq: 88ped}$$

Los costos de almacenar anualmente $i \in I = 1, \dots, n_i$, requeridos por $m \in M = 1, \dots, n_m$, se obtendrán aplicando la expresión (40)

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CA_{t,m,i} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CA_i \times QA_{t,i} \times Z_{t,m,i}, \quad (40) \text{eq: 35ped}$$

para todo i que participe en m , donde $CA_{t,m,i}$ corresponde al costo de almacenar i , el día t de preparación de m , $QA_{t,i}/2$ corresponde a la cantidad media almacenada según sea el modelo de inventario seleccionado para i , el día t de preparación de m , y CA_i corresponde al costo constante de almacenar i dado en (11) y (17), según sea el caso, el día t de preparación de m .

Los costos de ordenar anuales para $i \in I = 1, \dots, n_i$, requeridos por $m \in M = 1, \dots, n_m$, se obtendrán aplicando la expresión (41)

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CO_{t,m,i} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CO_i \times O_{t,m,i} \times Y_{t,m,i}, \quad (41) \text{eq: 36ped}$$

para todo i que participe en m , donde CO_i corresponde al costo diario de una orden de i dado en (11) y (17), según sea el caso, $O_{t,m,i}$ corresponde a la cantidad de órdenes de i , el día t de preparación de m . Note que independientemente del modelo de abastecimiento a asignar, es posible demostrar que la cantidad de órdenes de compra a realizar ($O_{t,m,i}$) son equivalentes a la proporción entre el pronóstico temporal de demanda esperada del componente i en forma independiente ($E(QD_{t,i})$) o condicionada a la demanda por menús m u otro componente j ($E(y_{2t}/y_{1t}) = E(QDi, t/QV_{m,t})$ o $E(QDi, t/QD_{j,t})$), y la cantidad abastecida del mismo elemento, esto es $O_{t,m,i} = E(QD_{i,t})/QA_{i,t} = E(QD_{i,t}/QV_{m,t})/QA_{i,t} = E(QD_{i,t}/QD_{j,t})/QA_{i,t}$.

Los costos anuales de desabastecimiento para $i \in I = 1, \dots, n_i$, requeridos por $m \in M = 1, \dots, n_m$, se obtendrán aplicando la expresión (42)

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} Cp_{t,m,i} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} \int_{DLT_i}^m (QD_{t,i} - DLT_i) f_{DLT_i}(QD_{t,i}) dQD_{t,i}, \quad (42) \text{eq: 89ped}$$

donde DLT_i , es la DLT del componente i según modelo de inventario seleccionado para la componente.

Los márgenes de contribución totales en un año ($MCT_{t,m}$) considerados para el total de $m \in M = 1, \dots, n_m$, a maximizar por los modelos de inventarios seleccionados para $i \in I = 1, \dots, n_i$, se obtendrán aplicando la expresión (43)

$$\max[MCT_{t,m}] = \max \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} MC_{t,m}, \quad (43) \text{eq: 37ped}$$

donde la expresión (44) muestra ésta maximización,

$$\max[MCT_{t,m}] = \left(\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} MCV_{t,m,i} - \left(\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CA_{t,m,i} + CO_{t,m,i} + Cp_{t,m,i} \right) \right). \quad (44) \text{eq: 38ped}$$

s.a las restricciones de las estimaciones de demanda: $E(QD_{t,i}), E(QDi, t/QV_{m,t}), E(QDi, t/QD_{j,t}), \in \mathbb{Z} \geq 0$, y de enteralidad para las variables dummies $Y_{t,m,i}$ y $Z_{t,m,i}$.

3.5. Datos

Se seleccionó un conjunto de menús compuesto por 7 preparaciones demandadas en 36 días, las cuales requieren de 9 componentes, obtenidos durante el 12 de noviembre de 2011 al 31 de mayo del 2012 en el SAN de atención cerrada del personal del Hospital Carlos Van Buren de Valparaíso, Chile, el cual muestra un margen de contribución promedio en torno al 30 % de las ventas, ya que atiende a un nivel socio-económico medio-bajo. Los datos pertenecen al proyecto DIUV 14/2009, financiado por la Dirección de Investigación de la Universidad de Valparaíso, Chile.

4. Resultados

La estadística descriptiva del conjunto de datos se presenta en tabla (1).

Tabla 1: Estadística descriptiva de las variables: demandas por componentes y demandas por menús del conjunto de datos

Componente/Minuta c_i/M_i	Promedio (un/día)	Min (un/día)	Max (un/día)	DS (un/día)	CV	Asimetría	Curtosis
c_1	30,13	0	134,7	39,14	1,3	1,04	0,28
c_2	10,07	0	31,2	12,21	1,21	0,55	-1,44
c_3	12,92	0	55	21,33	1,65	1,05	-0,79
c_4	9,64	0	51	19,02	1,97	1,55	0,55
c_5	10,15	0	42	10,7	1,05	2,16	3,44
c_6	9,74	0	44	15,6	1,6	1,25	-0,22
c_7	3,91	0	14	4,89	1,25	0,69	-1,12
c_8	13,43	0	65	20,71	1,54	1,28	0,29
c_9	14,96	0	68,3	25,16	1,68	1,33	-0,11
M_1	98,56	0	481	187,38	1,9	1,35	-0,15
M_2	86,58	0	444	166,83	1,92	1,43	0,18
M_3	86,14	0	497	169,36	1,96	1,54	0,6
M_4	83,33	0	469	166,12	1,99	1,59	0,7
M_5	87,55	0	410	117,96	1,34	1,18	0,53
M_6	116,42	0	460	190,93	1,64	1,01	-0,94
M_7	85,301	0	490	173,37	2,05	1,65	0,9

Fuente: Autores

En la tabla (2) se muestran el examen de la matriz de concordancia τ de Kendall entre componentes y menús, donde solo se muestran las asociaciones significativas con valor $p < 0,01$ (**).

A modo de ejemplo en la figura (2), se muestra un gráfico de serie temporal para las demandas diarias de la componente 2 en 36 semanas. Note que en muchos períodos la demanda es cero.

En Tabla (3) se presentan los principales resultados para el modelo ARIMAX y el valor esperado de demanda por componentes utilizados por día no asociados a demandas por menús u otros componentes. La comparación de criterio de Akaike indica que no es necesario trabajar con ajuste de truncamiento vía una regresión basada en una distribución binomial negativa.

En la tabla (4) se presentan los resultados obtenidos para los parámetros de distribuciones marginales de las tasas de demanda por menús y componentes que muestran asociaciones. La

<tab:2>

Tabla 2: Matriz de concordancia τ de Kendall entre componentes y menús

Componente /Minuta c_i/M_i	c_2	c_3	c_4	c_6	c_7	c_8	c_9
c_6						0,705**	
c_8				0,705**			
M_1							0,746**
M_2				0,695**		0,782**	
M_3					0,651**		
M_5	0,767**						
M_6		0,893**					
M_7			0,962**				

Fuente: Autores

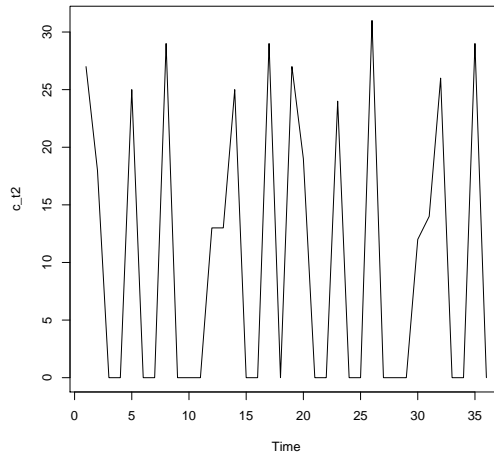


Figura 2: Serie temporal para la demanda diaria de la componente 2 (Fuente:Autores)

<fig:2>

comparación de criterio de Akaike indica las distribuciones "zero inflated" que mejor se ajustan a los datos reales.

A modo de ejemplo la figura (3) muestra un histograma de una distribución marginal ZINB1 ajustada a los datos del componente 2.

A modo de ejemplo en la figura (4) se muestra la densidad de probabilidad de la cópula empírica con ajuste normal bivariado (usando el comando `Mvdc()`), y seleccionado por el examen de la máxima verosimilitud de las cópulas ensayadas (usando comando `fitMvdc()`), construída a partir de las distribuciones marginales de c_6 y c_8 (obtenida usando los comandos `persp()` y `dMvdc()`). Por su parte, en la figura (5) se muestra la función de probabilidad acumulada de la misma copula, obtenida con los comandos `persp()` y `pMvdc()`. La obtención de la probabilidad marginal condicionada de cada una de las componentes de esta distribución bivariada, puede obtenerse de la generación de una muestra aleatoria de la copula (usando comando `rMvdc()`), y encontrando los valores esperados del percentil 50 de las variables en la distribución conjunta. La probabilidad marginal de cada variable en la distribución conjunta y marginal puede encontrarse ocupando el comando `pZINBI()`, mientras que el cuantil al que corresponde la probabilidad condicional se obtiene por medio del

Tabla 3: Resultados de pronóstico ARIMAX para el valor esperado de demanda diaria de componentes ($E(QD_{t,i})$), no asociados a demandas por menús u otros componentes.

Componente	$\rho_{i,j}$	Modelo de pronóstico ARIMAX	$E(QD_{t,i})$
c_1	0,4756	$p=1, d=0, q=2,$ $n = 9(M_1 - M_3 - M_4 - M_6 - M_7 - c_4 - c_5 - c_7 - c_9)$ $\phi_p = -0,8, \theta_q = 0,75/0,72$ $\beta_m = 0,03/0,006/0,006/0,13/0,18$ $\beta_j = -0,27/ -0,08/ -0,13/ -0,21$ $I = 0AC = 103,406$	34,64
c_5	0,7131	$p=3, d=0, q=1,$ $n = 6(M_1 - M_3 - M_7 - c_4 - c_6 - c_7)$ $\phi_p = -0,51/ -0,56/0,46, \theta_q = 0,67$ $\beta_m = 0,17/0,04/0,33$ $\beta_j = -2,07/0,10/1,51$ $I = 6,11AC = 166,153$	8,66

Siglas: $\rho_{i,j}$ =Correlación componente i con resto de componentes j del conjunto de menús, p =número de autoregresores, d =número de diferenciaciones, q =medias móviles, n =regresores externos, ϕ_p =parámetros autoregresivos, θ_q =parámetros de medias móviles, β_m =parámetros covariables menús, β_j =parámetros covariables componentes, I =constante de intercepto, AC : criterio de Akaike. Fuente:Autores

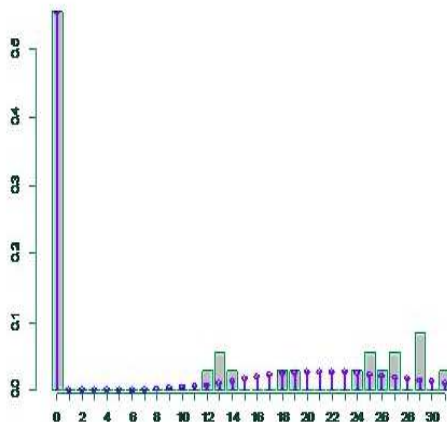


Figura 3: Histograma de una distribución marginal ZINB1 ajustada a los datos del componente 2. Fuente:Autores

(fig:3)

comando `qZINB1()`.

En la Tabla (5) se muestra el pronóstico de demanda esperada de la componente i condicionada a la demanda por menús m ($E(QDi, t/QV_{m,t})$) u otro componente j ($E(QDi, t/QV_{j,t})$), según sea

Tabla 4: Parámetros de distribuciones marginales de tasas de demandas por menús y componentes asociados

<tab:4>

Componente/Minuta c_i/M_i	Distribución Marginal	Parámetro $\mu_{t,i}/\mu_{t,m}$	Parámetro $\sigma_{t,i}/\sigma_{t,m}$	Parámetro $\nu_{t,i}/\nu_{t,m}$	Criterio de Akaike
c_2	ZINBI	3.116	0.142	0.2231	161,48
c_3	ZAP	3.839	0.955	-	111,694
c_4	ZINBI	3.77	0.951	0.2231	106,429
c_6	ZINBI	3.217	0.7631	0.4449	169,186
c_7	ZIP2	1.351	0.2228	-	142,11
c_8	ZANBI	3.542	0.9536	0.452	176754
c_9	ZINBI	3.482	0.06005	0.1587	199509
M_1	ZIP2	4.591	0.253	-	118456
M_2	ZINBI	5.965	0.718	0.253	133.25
M_3	ZANBI	5.96	0.731	0.253	140333
M_5	ZIPIG	5.283	0.449	0.2231	242.75
M_6	ZIP	6.038	0.9555	-	142.86
M_7	ZINBI	5.95	0.821	0.253	146,72

Siglas: ZIP2=zero inflated poisson type 2, ZINBI= zero inflated binomial negative type 1, ZIPIG=zero inflated poisson inverse Gaussian, ZIP=zero inflated poisson, ZAP=zero adjusted poisson.
fuente: Autores

Gráfico de densidad de probabilidad copula $x=c_6, y=c_8$

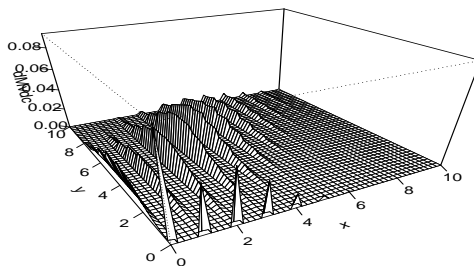


Figura 4: Densidad de probabilidad para la copula empírica con ajuste normal bivariado entre las tasas de demanda por c_6 y c_8 . Fuente:Autores

<fig:4>

el caso de mayor asociación.

Tabla 5: Pronóstico de demanda por las componentes i condicionada a la demanda por menús m u otro componente j

<tab:5>

Componente	c_2	c_3	c_4	c_6	c_7	c_8	c_9
$E(QD_{i,t}/QV_{m,t})$ o $E(QD_{i,t}/QV_{j,t})$ (un/día)	3	1	3	2	1	3	2

Fuente: Autores

Gráfico de probabilidad acumulada copula x=c6, y=c8

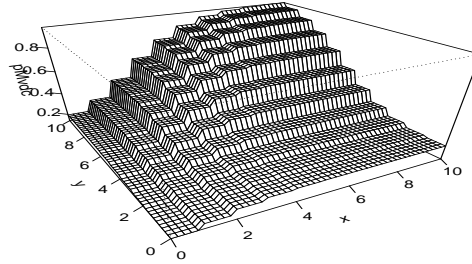


Figura 5: Función de probabilidad acumulada para la copula empírica con ajuste normal bivariado entre las tasas de demanda por c_6 y c_8 . Fuente: Autores

(fig:5)

En la Tabla (6) se muestra un resumen de los modelos de abastecimiento de revisión periódica (RP), revisión continua (RC) y percedero de un solo período (P) logrados para las componentes a partir de la aplicación de la metodología.

Tabla 6: Modelos de abastecimiento para las componentes

(tab:6)

Componente c_i	max_i (un)	$QA_{t,i}$ (un)	DLY^i (un)	tA_i (años)	ssrp(un)	r_i (un)
Modelo de Abastecimiento	RP	RC	P	RP	RP	RC
c_1	-	-	60,68	-	-	-
c_2	-	-	2,82	-	-	-
c_3	777,48	773,1	-	2,12	1,39	4,65
c_4	1359,64	1339,04	-	1,22	11,61	27,12
c_5	-	-	12,69	-	-	-
c_6	-	-	2,03	-	-	-
c_7	-	-	1,85	-	-	-
c_8	-	-	2,53	-	-	-
c_9	1099,83	1093,32	-	1,5	0,52	6,73

Fuente: Autores

4.1. Resumen de resultados de optimización

A continuación se resumen los principales hallazgos preliminares de la ejecución de los modelos de abastecimiento planteados en éste conjunto de datos, sin considerar los costos de desabastecimiento de las componentes:

a) Al comparar los los márgenes de contribución del SAN muestreado obtenidos con el modelo de la demanda por las componentes y datos reales, se obtuvieron optimizaciones de un 7,85 % aplicando modelos de abastecimiento P y RP, y 7,94 % aplicando P y RC.

b) Las cantidades de componentes a abastecer mediante el ajuste de modelos no perecibles (RP y RC), fueron considerablemente mayores que las tasas de demanda pronosticadas.

c) Las cantidades a abastecer en modelos de RP fueron mayores que en RC y por lo tanto, los márgenes de contribución son levemente menores en el primer caso.

d) Las componentes que se ajustan al modelo de bienes perecederos de un solo período (P), presentaron una cantidad optimizada a abastecer similar a su tasa de demanda correlacionada a los menús.

5. Conclusiones

El hallazgo a) está en concordancia con lo mencionado por autores como Ramanathan (2006), quien ocupando modelos de programación lineal, relacionó la minimización de costos de inventarios a una maximización de los márgenes de contribución, en productos críticos para el surtido de inventarios. El hallazgo b) se explicaría porque estas componentes se pueden almacenar por un tiempo prolongado, condición que se aprovecha para disminuir el costo en el que se incurre cuando se genera una orden. Los resultados comparados entre modelos no perecibles planteados en c) se darían a raíz de que en RP la variabilidad de la demanda hace considerar stock de reabastecimiento para los períodos de latencia y aprovisionamiento, mientras que en RC solo consideramos lead-time del proveedor (Lee and Lee, 2013).

Por su parte, el hallazgo d) se explicaría debido a que éstos son materiales que tienen un período de caducidad bajo (entre ellos frutas, verduras y carnes), con un período de almacenaje que no permite tiempos prolongados, por lo que el modelo de ajuste debiera ser bastante acertado para este tipo de productos, con una reposición acotada y con niveles mínimos de stock en el almacenamiento, que contribuyen a la mejora de los costos de almacenamiento en comparación a la situación real (Hillier and Lieberman, 2005).

Los principales supuestos y limitaciones de nuestra metodología son: i) la aleatoriedad de la demanda por productos finales (menús), explica la demanda por componentes, ii) la serie de tiempo de demandas por componentes considera elementos autoregresivos endógenos y la demanda por menús como variables exógenas predeterminadas, iii) el tiempo de latencia de los proveedores es constante, iv) la necesidad de determinar los costos de ordenar y almacenar componentes.

Las principales limitaciones de la metodología tienen que ver con considerar una forma más pertinente al cálculo de los costos relativos a la gestión de almacenar y ordenar cada componente. Existen restricciones de validez interna de la propuesta que están dadas por los supuestos de distribuciones de probabilidad de los procesos involucrados, linealidad de las relaciones entre variables, así como la posibilidad de contar con datos de registros confiables de cantidades demandadas por menús, componentes, y sus respectivos costos y precios de venta.

Finalmente, es importante notar que la validez externa de la propuesta a establecer por un modelo de inventario estará limitada por la posibilidad de reproducir los resultados en empresas de similares características de tipo de usuarios y menús preparados, surtido de componentes, nivel socioeconómico de los grupos atendidos, márgenes de contribución basales, consideraciones regionales de la alimentación, tanto nacionales como internacionales, por lo que entenderemos que los resultados no podrán ser generalizables a todos los SAN.

Referencias

- [ac:01] Agrawal, M. and Cohen, M. (2001). Optimal material control and performance evaluation in an assembly environment with component commonality. *Naval Research Logistics*, 48:409–429.
- [ab:14] Akcay, A. and Biller, B. (2014). *Quantifying input uncertainty in an assemble-to-order system simulation with correlated input variables of mixed types*. Proceedings of the 2014 Winter Simulation Conference pp. 2124-2135.
- [ap:14] Akouemo, H. N. and Povinelli, R. J. (2014). Time series outlier detection and imputation. *In PES General Meeting/ Conference & Exposition*, IEEE:1–5.
- [ag:14] Astete, A. and Guevara, C. (2014). AG FOODS Parte I y II. Theses and dissertation, Universidad de Chile, Facultad de Economía y Negocios, Chile.
- [aog:12] Avellaneda, J. A., Ochoa, C. M., and García, J. C. F. (2012). Comparación entre un sistema neuro difuso auto-organizado y un modelo arimax en la predicción de series económicas volátiles. *Ingeniería*, 17(2):26–34.
- [bkw:08] Blankley, A., Khouja, M., and Wiggins, C. (2008). An investigation into the effect of full-scale supply chain management software adoptions on inventory balances and turns. *Journal of Business Logistics*, 29:201–224.
- [chf:06] Chen, X. and Fan, Y. (2006). Estimation of copula-based semiparametric time series models. *Journal of Econometrics*, 130(2):307–335.
- [cr:06] Corbett, C. J. and Rajaram, K. (2006). A generalization of the inventory pooling effect to nonnormal dependent demand. *Manufacturing & Service Operations Management*, 8(4):351–358.
- [egsmw:00] Eppen, G., Gould, F., Schmidt, C., Moore, J., and Weatherford, L. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. Prentice Hall, Ciudad de México.
- [eh:09] Escarela, G. and A., H. (2009). Modelado de parejas aleatorias usando cópulas. *Revista Colombiana de Estadística*, 32:33–58.
- [gw:04] Gerchak, Y. and Wang, Y. (2004). Revenue-sharing vs. wholesale-price contracts in assembly systems with random demand. *Production and Operations Management*, 13(1):23–33.
- [hw:63] Hadley, G. and Whitin, T. (1963). Analysis of inventory systems. *Prentice-Hall, New Jersey*.
- [hbks:08] Hayya, J., Bagchi, U., Kim, J., and Sun, D. (2008). On static stochastic order crossover. *International Journal Production Economics*, 114:404–413.
- [hl:05] Hillier, F. and Lieberman, G. (2005). *Introduction to Operational Research*. McGraw Hill, New York.
- [i:08] INE (2008). *Encuesta Anual de las Pequeñas y Medianas Empresas Año 2006*. Statistics National Institute, Santiago, Chile.

- [jm:74] Johnson, L. and Montgomery, D. (1974). *Operations research in production planning, scheduling and inventory control.*, volume of . Wiley, New York, edition. .
- [k:99] Khouja, M. (1999). The single-period (news-vendor) problem: literature review and suggestions for future research. *Omega*, 27(5):537–553.
- [ll:03] Lau, H. and Lau, A. (2003). Nonrobustness of the normal approximation of lead-time demand in a (q,r) system. *Naval Research Logistics*, 50:149–166.
- [ll:13] Lee, M. H. and Lee, D. J. (2013). A multi-item stochastic demand periodic review system with a budget constraint. *Journal of Next Generation Information Technology*, 4(8).
- [ls:05] Lu, Y. and Song, J.-S. (2005). Order-based cost optimization in assemble to-order systems. *Operations Research*, 53:151–169.
- [mpb:05] Marambio, M., Parker, M., and Benavides, X. (2005). *Food and Nutrition Service: Technical Guideline*. Ministry of Health, Santiago, Chile.
- [m:09] Morillo, M. (2009). Service costs for food and beverage in hostels. *Visión Gerencial*, 2:304–327.
- [psjn:13] Prabakaran, K., Sivapragasam, C., Jeevapriya, C., and Narmatha, A. (2013). Forecasting cultivated areas and production of wheat in india using arima model. *Golden Research Thoughts*, 3(3):2231–4063.
- [r:06] Ramanathan, R. (2006). ABC inventory classification with multiple-criteria using weighted linear optimization. *Computers and Operations Research*, 33:695–700.
- [r1wm:15] Rojas, F., Leiva, V., Wanke, P., and Marchant, C. (2015). Improving contribution margins in a chilean food service sme by using inventory management models. *Colombian Journal of Statistics*, 38:1–30.
- [spp:98] Silver, E., Pyke, D., and Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*. Wiley, New York.
- [sz:03] Song, J. and Zipkin, P. (2003). *Supply chain operations: assemble to-order systems*. In *Supply Chain Management*. De Kok, T., Graves, S. (eds.), North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, Ch. 11.
- [sy:02] Song, J. S. and Yao, D. D. (2012). Performance analysis and optimization of assemble-to-order systems with random lead times. *Operation Research*, 50(5):889–903.
- [t:95] Tayur, S. (1999). Computing optimal stock levels for common components in an assembly system. *GSIA, Carnegie Mellon University, Pittsburg, PA*.
- [y:12] Yang, M. (2012). Statistical models for count time series with excess zeros. Dissertation, University of Iowa, Graduate College, United States.

zm:11 Zaldaña, A. and Ayala, M. (2011). Plan de Negocios para la Elaboración de Jugos Naturales a Base de Frutas y Hortalizas. Tesis de doctorado, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Industrial, Chile.

zkj:08 Zeileis, A., Kleiber, C., and Jackman, S. (2008). Regression models for count data in r. *Journal of Statistical Software*, 27(8):1–25.